

3

Zad. 1 Korzystając z różniczki funkcji obliczyć przybliżoną wartość wyrażenia  $\sqrt[3]{8,3}$ .

Zad. 2 Obliczyć całkę  $\int \frac{x^3 dx}{x^2 - 4}$

Zad. 3 Obliczyć pole obszaru  $D$  ograniczonego krzywymi  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt[4]{x}$ .

Zad. 4 Znaleźć przedziały wypukłości i punkty przegięcia wykresu funkcji:  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

Zad. 5 Napisać równanie stycznej do wykresu funkcji  $y = \frac{\ln x}{x}$  w punkcie  $(e, f(e))$ .

1) Tw. Maclaurina

2). Podać twierdzenie na obliczanie pola obszaru płaskiego ograniczonego krzywą we współrzędnych biegunowych.

3) Podać twierdzenie na obliczanie długości łuku krzywej zadanej równaniami parametrycznymi.

4). Podać definicję kresu dolnego funkcji.

Zad. 1 Policzyc całki

a)  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$     b)  $\int \frac{x^3}{x^2-4} dx$     c)  $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx$

Zad. 2 Wyznaczyć pole obszaru ograniczone krzywymi  $y^2 = 3x$ ,  $y = x^2 - 2x$

Zad. 3 Znaleźć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji  $f(x) = \frac{(x+3)^2}{2} - 4 \ln x$ .

Zad. 4 Napisac równanie stycznej do krzywej  $y = \frac{\ln x}{x}$  w punkcie  $(e, f(e))$ .

1. Podac twierdzenie Taylora.
2. Podac twierdzenie na obliczanie pola obszaru płaskiego ograniczonego krzywą we współrzędnych biegunowych.
3. Podac twierdzenie na obliczanie długości łuku krzywej we współrzędnych zadanej równaniami parametrycznymi.
4. Podac definicję kresu górnego funkcji:

Zad. 1 Policzyc całki

a)  $\int \frac{x dx}{x^4 + 6x^2 + 5}$

b)  $\int_0^{\pi} \frac{\sin 3x}{e^{2x}} dx$

Zad. 2 Wyznaczyć mediały monotoniczności oraz ekstrema funkcji  $f(x) = \frac{(x+3)^2}{2} - 4 \ln x$ .

Zad. 3. Dla jakich wartości parametru  $k$  płaszczyzna  $\pi$  przechodząca przez punkty  $A(1,1)$ ,  $B(2,-1,3)$ ,  $C(0,k,2)$  jest równoległa do wektora  $\vec{v}(4,1,5)$ .

Zad. 4 Znaleźć równanie stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = \sqrt{e^{x-1} + 1}$  w punkcie  $(1, f(1))$ .

Zad. 5 Wyznaczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi  $y^2 = 3x$ ,  $y = x^2 - 2x$

- 1) Podac definicję Cauchy'ego granicy funkcji w punkcie
- 2) Twierdzenie na obliczanie długości łuku krzywej we współrzędnych kartezjańskich
- 3) Definicja i interpretacja geometryczna iloczynu mieszane

Zad. 1 Obliczyć granicę  $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{x \sin x}{\cos x + 1}$ .

Zad. 2. Dobrac stałe  $a$  i  $b$  tak, aby funkcja  $f$  określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{a} & x \leq 0 \\ \frac{\arcsin x}{\sqrt{x}} & 0 < x \leq 1 \\ \frac{x}{2b} & x > 1 \end{cases}$$

była ciągła w  $\mathbb{R}$ .

Zad. 3. Wyznaczyć wszystkie asymptoty f-ji

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2}$$

Zad. 4. Obliczyć pochodną funkcji  $f(x) = 1 + \frac{\arcsin(x^3)}{\ln x}$ .

Zad. 5. Policzyc całki.

a)  $\int \frac{x}{\sqrt{5 - 2x - x^2}} dx$

b)  $\int \cos^4 x dx$

(A)

zad. 1. Nie korzystając z reguły de l'Hospitala  
obliczyć granicę  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$

zad. 2. Policzyc granicę  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

zad. 3. Policzyc pochodną  $y = \arctg(\ln 2x)$

zad. 4. Wyznaczyć asymptoty krzywej  $y = x + 2 \arctg x$

zad. 5. Policzyc całki

$(2 \ln x + 3) \frac{dx}{x}$       b)  $\int \frac{x^2 + 2}{x^3 + 3x^2 - x - 3} dx$

zad. 6. Obliczyć pole zawarte między krzywymi  
 $x = 4 - y^2$ ,  $x = y^2 - 2y$

zad. 7. Napisac równanie parametryczne prostej przechodzącej przez punkty  $A(1, -2, 5)$   $B(3, -2, 11)$

Podac definicję oraz interpretację geometryczną pochodnej funkcji

Definicja i interpretacja geometryczna iloczynu wektorowego. Podac wzór na obliczanie iloczynu wektorowego dwóch niewspółliniowych wektorów.

Twierdzenie na obliczanie ~~pole~~ obszaru ograniczonego krzywymi zadanymi równaniami we współrzędnych biegunowych. Podac związki między współrzędnymi kartezjańskimi a biegunowymi

Zad. 1 Policzyc całki

a)  $\int \frac{x^3}{x^2-4} dx$     b)  $\int \arccos x dx$

Zad. 2. Obliczyć pole obszaru  $D$  ograniczonego krzywymi.  
 $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt[4]{x}$ .

Zad. 3. Znaleźć mediana wypukłości i punkty przegięcia wykresu funkcji  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$

Zad. 4. Napisac równanie stycznej do wykresu funkcji  
 $y = \frac{\ln x}{x}$  w punkcie  $(e, f(e))$ .

Zad. 5 Znaleźć równanie płaszczyzny, która przechodzi przez punkty  $P_1(-1, 2, 4)$ ,  $P_2(3, 1, 2)$  i jest równoległa do osi  $OY$ .

- 1) Definicja oraz interpretacja geometryczna pochodnej
- 2) Tw. na obliczanie długości łuku krzywej ~~z~~ we współrzędnych biegunowych.
- 3) Definicja iloczynu wektorowego dwóch wektorów.

Egzamin z matematyki dla I roku informatyki, studia zawodowe

20.06.2020

(A)

Zad. 1 Znaleźć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji

$$f(x) = \frac{(x+3)^2}{2} - 4 \ln x$$

Zad. 2 Korzystając z różniczki funkcji obliczyć przybliżoną wartość wyrażenia  $\sqrt[4]{80,7}$   $\pi$

Zad. 3 Obliczyć całkę oznaczoną  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x}{e^{2x}} dx$

Zad. 4 Znaleźć równanie stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = \sqrt{e^{x-1} + 1}$  w punkcie  $(1, f(1))$ .

Zad. 5 Wyznaczyć pole obszaru ograniczone krzywymi  $y^2 = 3x$ ,  $y = x^2 - 2x$

1) Podać twierdzenie na obliczanie pola obszaru płaskiego ograniczonego krzywą zadaną równaniem parametrycznym.

2) Podać definicję brzoła górnego funkcji.

3) Tw. Taylora

4) Podać twierdzenie na obliczanie długości łuku krzywej zadanej równaniem we współrzędnych biegunowych

Zad. 1 ✓ Policzyc granice

$$\lim_{x \rightarrow a} \arcsin \frac{x-a}{a} \cdot \operatorname{ctg}(x-a) \rightarrow 0$$

Zad. 2 Wyznaczyć asymptoty krzywej  $y = \sqrt{\frac{x^3}{x+4}}$ , naszkicować ją (bez pełnego badania przebiegu zmienności f-gi).

Zad. 3 ✓ Obliczyć przybliżoną wartość

$$\sqrt[4]{0.0017}$$

$$x_0 + \Delta x = 1 - 1/4 = 3/4$$

Zad. 4 ✓ Policzyc pochodną funkcji

$$y = (\sin x)^x$$

Zad. 5. Policzyc całki

a)  $\int \frac{6x^3 + 7x^2 + 3x - 1}{2x - 3x^2} dx$

b)  $\int x \operatorname{arctg} x dx$

c)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx =$

1.  $u = (\sin x)^x$

$\ln u = \ln(\sin^x)$

$\ln y = x \ln(\sin x) \quad \frac{d}{dx}(\ln u) = \frac{1}{u} \cdot u'$

$\frac{1}{y} \cdot y' = \ln \sin x + \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x \cdot x \cdot y$

$y' = \left( \ln \sin x + \frac{x \cos x}{\sin x} \right) y \Rightarrow y' = \left( \ln \sin x + \frac{x \cos x}{\sin x} \right) \cdot (\sin x)^x$



Egzamin poprawkowy z matematyki  
informatyka - I rok studia zawodowe

2.09.02

(B)

Zad. 1 Nie korzystając z reguły de l'Hospitala policzyć

granice  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$

Zad. 2 Policz granice  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$

Zad. 3 Policz pochodną funkcji  $\ln(\arcsin 2x)$

Zad. 4 Wyznacz asymptoty krzywej  $y = x \arctg x$

Zad. 5 Policz całki

a)  $\int \frac{(\ln 2x)^4}{x} dx$       b)  $\int \frac{x+4}{x^3+6x^2+11x+6} dx$

Zad. 6 Obliczyć pole zawarte między liniami

$y^2 = -x$  ;  $y = x - 6$  ;  $y = -1$  ;  $y = 4$ .

1. Podać definicję oraz interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie.
2. Podać twierdzenie na obliczanie obszaru graniczonego krzywymi zadanymi równaniami we współrzędnych biegunowych.  
Podać związki między współrzędnymi kartezjańskimi a biegunowymi.
- 3) Definicja kresu dołnego zbioru
- 4) Twierdzenie Weierstrassa dla  $f$ -yi ciągłej