

1. Obliczyć wartość wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a: -0.5; 0.5; 2.5 przy danych węzłach:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	0.125	0.25	0.5	1	2	4	8

Od czego zależy błąd interpolacji wielomianowej?:

Błąd interpolacji zależy nie tylko od (n+1)-szej pochodnej funkcji interpolowanej ale również od wielomianu czynnika, który z kolei zależy od doboru węzłów interpolacji.

$$-0.5 = 0.706909; 0.750000$$

$$0.5 = 1.414429; 1.500000$$

$$2.5 = 5.658569; 6.000000$$

2. Wyznaczyć wielomian aproksymacyjny stopnia I i II dla funkcji określonej tablicą:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	10	18	22	27	36	49	56	64	70	78

Korzystając z kryteriów najmniejszych kwadratów która aproksymacja jest lepsza?

$$\text{I: } y = 7.794x + 0.133$$

$$\text{II: } y = 0.110x^2 + 6.586x + 2.550$$

$$S_1 = 48.497 \quad S_2 = 42.126$$

3. Rozwiąż układ równań metodą iteracji prostej oraz G-S z dokładnością do 10^{-5}

$$\begin{array}{rcl} 10x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 10 & & 0 \\ x_1 + 10x_2 - x_3 + x_4 = 8 & x_0^{(0)} = & 0 \\ x_1 + x_2 - 10x_3 + x_4 = 7 & & 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 12x_4 = 10 & & 0 \end{array}$$

Podać liczbę iteracji dla obu metod.

Iteracji: 8 – iteracji prostej

$$X_1 = 0.823$$

$$X_2 = 0.601$$

$$X_3 = -0.490$$

$$X_4 = 0.674$$

iteracji: - G-S

$$X_1 = 0.823$$

$$X_2 = 0.601$$

$$X_3 = -0.490$$

$$X_4 = 0.674$$

4. Zlokalizować pierwiastek równania:

$$e^{-x} + x^2 - 3 = 0$$

i obliczyć go z dokładnością do 10^{-4} metodą siecznych i stycznych.

Styczne:
x=1.677233

Sieczne:
x=1.677267

5. Wyznaczyć pierwiastek 7 stopnia z liczby 1500 z dokładnością do 10^{-4} metodą stycznych. Podać kolejne iteracje.

Ilość iteracji: 33, pierwiastek wynosi 2.842676

6. Rozwiąż metodą Eulera i Runie-Kutty IV rzędu równanie różniczkowe $y=x-y^2$ w przedziale $[0,1]$ z warunkiem początkowym $y(0)=1$, długość kroku $h=0.1$

krok	x	metoda prosta	metoda udoskonalona	metoda zmodyfikowana
0	1	1	1	1
1	0.1	0.9	0.915	0.915
2	0.2	0.829	0.852	0.853
3	0.3	0.78	0.809	0.809
4	0.4	0.749	0.781	0.782
5	0.5	0.733	0.767	0.767
6	0.6	0.729	0.764	0.764
7	0.7	0.736	0.77	0.771
8	0.8	0.752	0.785	0.785
9	0.9	0.775	0.807	0.807
10	1	0.805	0.835	0.835